

UVOD U NUMERIČKU MATEMATIKU

Zadaci za vježbu: Numeričko rješavanje nelinearnih jednadžbi

1. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) := \sqrt[3]{x^3 - x - 0.25} - 1.$$

Odredite broj realnih nultočki funkcije f te ih izračunajte s točnošću $\varepsilon := 10^{-3}$ koristeći:

- (a) metodu bisekcije,
- (b) metodu iteracija,
- (c) Newtonovu metodu.

2. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) := x^2 + 4 \sin x - 1.$$

Dokažite da f ima dvije realne nultočke te ih izračunajte s točnošću $\varepsilon := 10^{-3}$ koristeći:

- (a) metodu bisekcije,
- (b) metodu iteracija,
- (c) Newtonovu metodu.

3. Koristeći metodu iteracija odredite sva realna rješenja jednadžbe

$$\ln x = |\cos 2x \sin 2x|$$

s točnošću $\varepsilon := 10^{-4}$. Obavezno dokažite da ste našli sva rješenja gornje jednadžbe.

4. Koristeći Newtonovu metodu odredite sva realna rješenja jednadžbe

$$\left| |x - 1| + |x + 1| \right| = |3 - e^x|$$

s točnošću $\varepsilon := 10^{-4}$. Obavezno dokažite da ste našli sva rješenja gornje jednadžbe.

5. Koristeći Newtonovu metodu odredite najveće realno rješenje jednadžbe

$$\ln(x + 1) = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{3} + x$$

s točnošću $\varepsilon := 10^{-4}$. Obavezno dokažite da ste našli najveće rješenje gornje jednadžbe.

6. Konstruirajte niz racionalnih brojeva $(x_n)_n$ koji konvergira prema broju

$$\xi := \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

i (koristeći dobiveni niz) odredite prve četiri decimale broja ξ . Sve tvrdnje dokažite.